

**Pôle des Etudes Doctorales**  
**Centre des Etudes Doctorales Sciences et Techniques et Sciences Médicales**

## **AVIS DE SOUTENANCE DE THESE DE DOCTORAT**

**Monsieur AIT DADA ALLA Said**  
**Présentera ses travaux de recherche en vue de l'obtention du Doctorat**



**Formation Doctorale : Sciences Mathématiques, Physique et Nouvelles Technologies (SMPNT)**

**Discipline : Mathématiques**

**Spécialité : Mathématiques Appliquées**

**Le 15/07/2026 à 11H00 à la Salle des Soutenances, Faculté des Sciences de Tétouan, UAE**

**Sous le thème**

**Étude de certains problèmes elliptiques non linéaires dans des espaces de Sobolev généralisés**

**Devant le jury composé de :**

| <b>Nom et Prénom</b>              | <b>Etablissement</b>        | <b>Qualité</b>    |
|-----------------------------------|-----------------------------|-------------------|
| <b>Pr. FERRAHI Bouchaib</b>       | <b>FS de Tétouan, UAE</b>   | <b>Président</b>  |
| <b>Pr. AKDIM Youssef</b>          | <b>FS de Fès, USMBA</b>     | <b>Rapporteur</b> |
| <b>Pr. BOUZELMATE Arij</b>        | <b>FS de Tétouan, UAE</b>   | <b>Rapporteur</b> |
| <b>Pr. EL MOUMNI Mostafa</b>      | <b>FS d' El-Jadida, UCD</b> | <b>Rapporteur</b> |
| <b>Pr. LANJRI ZAIDI Nouredine</b> | <b>FS de Tétouan, UAE</b>   | <b>Examineur</b>  |
| <b>Pr. MEKKOUR Mounir</b>         | <b>FS de Fès, USMBA</b>     | <b>Examineur</b>  |
| <b>Pr. EL HAJI Badr</b>           | <b>FS de Tétouan, UAE</b>   | <b>Directeur</b>  |

*Structure de recherche : Laboratoire de Recherche Analyse Numérique, Analyse Non-Linéaire et Applications (LaR2A)*

## Résumé



Cette thèse étudie des problèmes elliptiques non linéaires dans le cadre des espaces de Sobolev généralisés. L'objectif principal est d'établir l'existence et l'unicité de solutions entropiques pour des équations comportant des données intégrables ( $L^1$ ) ou des données mesures. Ces problèmes intègrent diverses complexités mathématiques, telles que des structures anisotropiques, des poids, des termes d'ordre inférieur ainsi que des contraintes unilatérales. Pour les traiter, nous utilisons intensivement les techniques de troncature, les arguments de compacité et la convergence modulaire.

Les contributions principales de ce travail s'articulent autour de quatre axes majeurs. Dans un premier temps, nous nous intéressons aux conditions aux bords mesurables en établissant l'existence de solutions pour des équations anisotropiques avec poids de type Leray-Lions ; cette étape repose sur des estimations a priori et une approche inspirée du lemme de Minty afin de contourner l'absence de monotonie stricte. Ensuite, nous abordons la question de la coercivité dégénérée en prouvant le caractère bien posé (à savoir l'existence et l'unicité) de solutions entropiques pour des équations anisotropiques sous des hypothèses spécifiquement adaptées aux opérateurs faiblement ou non coercifs.

Par la suite, l'étude se porte sur les contraintes unilatérales. Nous résolvons ainsi des inéquations variationnelles anisotropiques avec des données intégrables en mettant en œuvre des problèmes approchés pénalisés et des arguments d'équi-intégrabilité. Enfin, le dernier axe de recherche étend l'analyse des problèmes unilatéraux aux cadres non réflexifs, plus précisément aux espaces d'Orlicz-Sobolev, ce qui permet de traiter des croissances non standard sans imposer de condition de type  $\Delta_2$ .

En conclusion, l'ensemble de ce travail enrichit significativement la littérature récente. Il confirme que les espaces de Sobolev généralisés constituent un cadre théorique très robuste pour analyser des problèmes elliptiques complexes soumis à des données singulières.

**Mots clés :** Espaces de Sobolev anisotropiques, espaces de Sobolev anisotropiques avec poids, espaces d'Orlicz-Sobolev, solutions entropiques, données  $L^1$ , coercivité dégénérée, contraintes unilatérales, convergence modulaire.